B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Faculty of Science)

(Three-Year Scheme)

(10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-II

COMPLEX ANALYSIS

Maximum Marks : 24 for Science
32 for Arts

Time Allowed : 1 ½ Two Hours

Note. (1) Attempt three question in all.

कोई 3 प्रश्नों हल करने है।

(2) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answer precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर–पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर–पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

(3) All the parts of one question should be answered at one place in the answer book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर उत्तर–पुस्तिका में अलग–अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

https://www.pdusuonline.com

B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Faculty of Science)

(Three-Year Scheme)

(10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-II

COMPLEX ANALYSIS

Maximum Marks : 24 for Science
32 for Arts

Time Allowed : 1 ½ Two Hours

Q.1. (a) If z_1, z_2 and z_3 are the vertices of a triange, then triange is equilateral if

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1$$

यदि z_1, z_2 तथा z_3 एक त्रिभुज के शीर्ष है, तब त्रिभुज समबाहु होगा यदि

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1z_2 + z_2z_3 + z_3z_1$$

(b) For any complex numbers z_1 and z_2, prove that

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right)$$

किन्हीं सम्मिश्र संख्याओं z_1, z_2 के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right)$$

https://www.pdusuonline.com

Q.2. (a) Prove that the function $f(z)=|z|^2$ is continuous everywhere but its derivatives exist only at the origin.

सिद्ध किजिए कि फलन $f(z)=|z|^2$ सर्वत्र संतत है किन्तु इसका अवकलज का अस्तित्व केवल मूल बिन्दु पर ही है।

(b) Show that the function

$f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$, $z = x+iy$ is anglytic everywhere.

सिद्ध किजिए कि फलन

$f(z) = \sin x \cosh y + i \cos x \sinh y$, $z = x+iy$

हर बिन्दु पर विश्लेषिक है।

Q.3. (a) Evaluate the following integral using cauchy's integral formula

$$\int \frac{1}{z^4-1} dz$$

$|z| = 2$

कौशी समाकल सूत्र से निम्न समाकल का मान ज्ञात कीजिए।

$$\int \frac{1}{z^4-1} dz$$

$|z| = 2$

(b) Verify Cauchy's theorem for the function

$f(z) = 5 \sin 2z$ if c is the square with vertices $1 \pm i$ and $-1 \pm i$

फलन $f(z) = 5 \sin 2z$ के लिए कौशी समाकल प्रमेय का सत्यापन कीजिए यदि c एक वर्ग है जिसके शीर्ष $1 \pm i$ तथा $-1 \pm i$ है।

Q.4. (a) Evaluate $\int_c \frac{e^{3z}}{z-\pi i} dz$, where c; $|z-1| = 4$

मान ज्ञात कीजिए $\int_c \frac{e^{3z}}{z-\pi i} dz$, जहां c; $|z-1| = 4$ है

https://www.pdusuonline.com

(b) State and prove Liouville's theorem

ल्यूवले प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

Q.5. (a) Expand the function $f(z)=\frac{1}{z^2-3z+2}$ valid in the regions.

(i) $|z|<2$

(ii) $1<|z|<2$

(ii) $|z|>2$

निम्न क्षेत्र में वैध फलन $f(z)=\frac{1}{z^2-3z+2}$ का प्रसार ज्ञात करो।

(i) $|z|<2$

(ii) $1<|z|<2$

(ii) $|z|>2$

(b) Find the radius of convergence of the power series

$$f(z)=\sum_{0}^{\infty}\frac{z^n}{2^n+1}$$

घात श्रेणी $f(z)=\sum_{0}^{\infty}\frac{z^n}{2^n+1}$ की अभिसरण त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Q.6. (a) Stae and prove maximum modulus theorem

महतम मापांक प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

(b) Show that the radius of convergence of the series

$$\frac{1}{2}z+\frac{1.3}{2.5}z^2+\frac{1.3.5}{2.5.8}z^3+___ \text{ is } \frac{3}{2}$$

सिद्ध कीजिए कि श्रेणी

$\frac{1}{2}z+\frac{1.3}{2.5}z^2+\frac{1.3.5}{2.5.8}z^3+___$ is $\frac{3}{2}$ की अभिसरण त्रिज्या 3/2 है।

https://www.pdusuonline.com

Q.7. (a) Find the kind of singularities of the function

$$f(z) = \frac{1-e^z}{1+e^z} \text{ at } z = \infty$$

फलन $f(z) = \frac{1-e^z}{1+e^z}$ की $z = \infty$ पर विचित्रता की जाति ज्ञात कीजिए।

(b) Find the residue at the poles of $f(z) = \frac{\cot \pi z}{(z-a)^2}$ where a is a constant.

फलन $f(z) = \frac{\cot \pi z}{(z-a)^2}$ के अनन्तकों पर अवशेष ज्ञात कीजिए, जहां a एक अचर है।

Q.8. (a) Determine the number of roots of the equation $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ that lie inside the circle $|z| = 1$

समीकरण $z^8 - 4z^5 + z^2 - 1 = 0$ के वृत $|z| = 1$ के अन्दर स्थित मूलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

(b) Prove Cauchy's residue theorem with an example

कौशी अवशेष प्रमेय को एक उदाहरण सहित सिद्ध कीजिए।

Q.9. (a) If w = f(z) represent a conformal transformation of a domain D in the z-plane into a domain D' of the w-plane then prove that f(z) is an analytic function of Z in D.

यदि w = f(z) प्रदेश D का z-समतल में एक अनुकोण रूपान्तरण w-समतल के प्रदेश D' में है, तब सिद्ध कीजिए कि f(z), D में z का विश्लेषिक फलन है।

(b) Prove that the transformation $w = \frac{5-4z}{4z-2}$, transforms the circle |z|=1, into a circle of radius unity in w-plane

सिद्ध कीजिए कि रूपान्तरण $w = \frac{5-4z}{4z-2}$, वृत |z|=1 को w = समतल में ईकाई त्रिज्या के वृत में रूपान्तरित करता है।

https://www.pdusuonline.com

Q.10. (a) Show that the function

$$f(z) = 1 + z + z^2 + \cdots\cdots - \sum^{\prime}_{n=0} z^4$$

can be continued analytically outside the circle of convergence

सिद्ध कीजिए कि फलन

$$f(z) = 1 + z + z^2 + \cdots\cdots - \sum^{\prime}_{n=0} z^4$$

का इसके अभिसरण वृत के बाहर विश्लेषिक सांतत्य किया जा सकता है।

(b) Show that the series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n + 1}$ and $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2-i)^{n+1}}$ are analytic continuation of eath other.

सिद्ध कीजिए कि श्रेणियां $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{2^n + 1}$ तथा $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{(2-i)^{n+1}}$ एक–दूसरे का विश्लेषिक सांतव्य है।

https://www.pdusuonline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.pdusuonline.com