

B.A./B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Common for the Faculties of Arts and Science)

(Three-Year Scheme)

(10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-III

MECHANICS

Maximum Marks : 24 for Science
32 for Arts

Time Allowed : 1 ½ Two Hours

Note. (1) Attempt three question in all.

कोई 3 प्रश्नों हल करने है।

(2) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answer precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिये कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

(3) All the parts of one question should be answered at one place in the answer book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

B.A./B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Common for the Faculties of Arts and Science)

(Three-Year Scheme)

(10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-III

MECHANICSMaximum Marks : 24 for Science
32 for Arts

Time Allowed : 1 ½ Two Hours

- Q.1. (a) A point describes a circle of radius a with a uniform speed v , show that the radial and transverse accelerations are $-\left(\frac{v^2}{a}\right) \cos \theta$ and $-\left(\frac{v^2}{a}\right) \sin \theta$, if a diameter is taken as initial line and one end of this diameter as pole. 4/5½

एक बिन्दु एकसमान वेग v से a त्रिज्या वाले वृत्त में गतिमान है, सिद्ध करो कि अरीय तथा अनुप्रस्थ त्वरण क्रमशः $-\left(\frac{v^2}{a}\right) \cos \theta$ तथा $-\left(\frac{v^2}{a}\right) \sin \theta$ होंगे, यदि वृत्त के किसी व्यास को प्रारम्भिक रेखा तथा इस व्यास के एक सिरे को ध्रुव लिया जाए।

- (b) A particle is describing a circle of radius a in such a way that the tangential acceleration is always k times the normal acceleration. If its speed at a certain point is u , prove that it will return to the same point after a time $\frac{a}{ku} (1 - e^{-2\pi k})$ 4/5

एक कण a त्रिज्या के वृत्त में ऐसे चलता है कि उसका स्पर्श रेखीय त्वरण उसके अभिलाम्बिक त्वरण का सदैव k गुणा रहता है। यदि किसी बिन्दु पर उसकी चाल u हो तो सिद्ध कीजिए कि वह उसी बिन्दु पर $\frac{a}{ku}(1 - e^{-2kt})$ समय पश्चात लौट आयेगा।

2. (a) A particle is moving with S.H.M. from an extremity of path towards the centre is observed to be at distances x_1, x_2, x_3 from the centre at the end of three successive seconds. Show that the time of a complete oscillation

$$\text{is } \frac{2\pi}{\theta}, \text{ where } \cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$$

एक कण स.आ.ग. से गतिमान है। एक सिरे से केन्द्र को जाते हुए यह पाया गया कि लगातार तीन सैकण्डो पर कण की केन्द्र से दूरी x_1, x_2, x_3 है। प्रदर्शित

कीजिए कि एक पूर्ण आवर्तकाल $\frac{2\pi}{\theta}$ है, जहाँ $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$

- (b) A light elastic string of natural length l and modulus of elasticity λ , is hung by one end and to the other end, is tied a particle of mass m . then discuss the motion of particle. 4/5

एक l प्राकृत लम्बाई एवं λ प्रत्यास्थता स्थिरांक की हल्की प्रत्यास्थ डोरी एक सिरे से लटकी हुई तथा इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक कण बांधा गया है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

- Q.3. (a) A particle is projected upwards with velocity U under gravity in a resisting medium due to which resistance varies as the square of velocity then discuss the motion of the particle. 4/5½

एक कण को प्रतिरोधी माध्यम जिसका प्रतिरोध वेग के वर्गानुपाती है में गुरुत्वाकर्षण के अधीन U वेग से सीधे ऊपर की ओर फेंका जाता है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

- (b) A heavy uniform chain of length $2l$, hangs over a small smooth fixed pulley, the length $l+c$ being at one side and $l-c$ of the other side. If the end of the shorter portion be held and then let go, show that the chain will slip

off the pulley in time $\sqrt{\frac{l}{g}} \log \frac{l + \sqrt{l^2 - c^2}}{c}$

एक भारी एकसमान $2l$ लम्बाई की जंजीर छोटी चिकनी स्थिर धिरनी पर लटकी हुई है। जंजीर की एक ओर ऊंचाई $l+c$ तथा दूसरी ओर $l-c$ है। यदि छोटे वाले भाग के सिरे को पहले पकड़कर फिर छोड़ा जाए तो सिद्ध करो कि

जंजीर धिरनी पर से $\sqrt{\frac{l}{g}} \log \frac{l + \sqrt{l^2 - c^2}}{c}$ समय में फिसल जाएगी।

- Q.4. (a) A particle is projected from the lowest point of a verticle circle with a velocity sufficient to carry it to the highest point. Find when and where the particle will leave the circle. 4/5½

एक कण ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो उसे ठीक सर्वोच्च बिन्दु तक ले जा सके। ज्ञात कीजिए कि कण वृत्त को कब और कहां छोड़ेगा।

- (b) A particle is placed on the outside of a smooth verticle circle. If the particle starts from a point whose angual distace is α from the highest point of the circle. Show that it will fly off when $\text{Cos}\theta = \left(\frac{2}{3}\right)\text{cos}\alpha$ 4/5½

एक कण को चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के ऊपर रखा जाता है। यदि कण उसे बिन्दु से चलना शुरू करे जिसकी वृत्त के सर्वोच्च बिन्दु से कोणीय दूरी α हो तो सिद्ध करो कि जब होगा $\text{Cos}\theta = \left(\frac{2}{3}\right)\text{cos}\alpha$ तब कण वृत्त से सम्पर्क छोड़ देगा।

Q.5. (a) If the central force varies inversely as the square of the distance from a fixed point then find the central orbit. 4/5½
 यदि केन्द्रीय बल नियम बिन्दू से दूरी के वर्ग व्युत्क्रमानुपाती हो, तो सकेन्द्र कक्षा ज्ञात कीजिए।

(b) A planet describes an ellipse about the sun as focus. Prove that its velocity as the end of the minor axis is the geometric mean between its velocities at the ends of any diameter. 4/5½

एक ग्रह नाभिका में स्थित सूर्य के प्रति एक दीर्घवृत्त बनाता है। सिद्ध करो कि लघु अक्ष के एक सिरे पर इसका वेग किसी भी व्यास के सिरो पर के वेग का ज्यामितीय माध्य है।

Q.6. (a) Find the product of inertia of a semi-circular disc about the diameter and the tangent at its end. 4/5½

एक अर्धवृत्तीय पटल का उसके सीमक व्यास तथा इसके सिरे पर स्पर्श रेखा के परितः जडत्व गुणनफल ज्ञात करो।

(b) Show that the moment of inertia of an ellipse of mass M and semiaxes a and b about a tangent at distance p from the centre is $\frac{5}{4} MP^2$

सिद्ध कीजिए कि M संहति तथा अघक्षि a तथा b के दीर्घवृत्तीय पटल का उसके केन्द्र से P दूरी पर स्थित किसी स्पर्श रेखा के परितः जडत्व आघूर्ण $\frac{5}{4} MP^2$ है।

Q.7. (a) A uniform beam of length 2a, rests in equilibrium position against smooth verticle wall and over a smooth peg at a distance b from the wall. if Q be the inclination of the beam to the vertical then show that $\sin^{-1} \theta = \frac{b}{a}$

4/5½

एक 2a लम्बी एक समान छड़ एक चिकनी खूंटी के ऊपर तथा चिकनी उर्ध्व दीवार के सहारे साम्यवावस्था में है। यदि खूंटी दीवार से b दूरी पर हो तथा दीवार से छड़ Q कोण बनाती हो तो सिद्ध करो कि $\sin^{-1} \theta = \frac{b}{a}$

- (b) Two equal uniform rods AB and AC, each of length $2b$ are freely jointed at A and rests on a smooth vertical circle of radius a show that if 2θ be the angle between them, then $b \sin^2 \theta = a \cos \theta$ 4/5

$2b$ लम्बाई की दो बराबर एक समान छड़े AB और AC, A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़ी है और a त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त पर रखी हुई है। सिद्ध कीजिए कि यदि उनके मध्यस्थ कोण 2θ हो तो $b \sin^2 \theta = a \cos \theta$ <https://www.pdusuonline.com>

- Q.8. (a) How high can a particle rest inside a hollow sphere of radius, if the coefficient of friction be $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 4/5½

एक खोखले गोले की त्रिज्या a है। यदि घर्षण गुणांक $\frac{1}{\sqrt{3}}$ हो तो ज्ञात कीजिए कि कण उसके भीतर कितनी ऊंचाई तक विरामवस्था में रह सकता है।

- (b) Find the least force required to pull a Body up and down at inclined rough plane. 4/5

एक पिण्ड को रूक्ष आनत समतल के ऊपर या नीचे खींचने के लिए आवश्यक न्यूनतम बल ज्ञात कीजिए।

- Q.9. (a) Find the principle of virtual work for a system of coplanar forces acting on a particle. 4/5½

किसी कण पर कार्यरत समतलीय बल निकाय के लिए कल्पित कार्य का सिद्धान्त ज्ञात कीजिए।

- (b) Six equal heavy rods, freely hinged at their ends form a regular hexagon ABCDEF which when hung up by the point A is kept from altering its shape by two light rods BF and CE. Find the thrusts of these rods.

छः समान भारी छड़े स्वतंत्रतापूर्वक सिरो पर जुड़ी हुई है और एक समषडभुज ABCDEF बनाती है। इसे A से लटकाया जाता है और दो भारहीन छड़ों BF तथा CE द्वारा इस आकृति को अपरिवर्तित रखा जाता है। इन छड़ों में प्रणोद ज्ञात कीजिए।

- Q.10. (a) A uniform string of weight W is suspended from two points at the same level and a weight W' is attached to its lowest point. If α and β be how the inclinations to the horizontal of the tangents at the highest and the lowest points. Prove that

4/5½

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

W भार की एकसमान रस्सी समान स्तर के दो बिन्दुओं के मध्य लटकी हुई जिसके निम्नतम बिन्दु पर एक भार W' लगा रखा है। यदि उच्च व निम्न बिन्दु पर स्पर्श रेखाएं क्षैतिज से झुकाव कोण α तथा β है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = 1 + \frac{W}{W'}$$

- (b) If the length of a uniform chain suspended between points at the same level is adjusted so that the tension at the points of support is a minimum for that particular span $2d$, show that the equation to determine C is

4/5

$$\cot\left(\frac{d}{c}\right) = \frac{d}{c}$$

यदि समान ऊँचाई के दो बिन्दुओं से एकसमान लम्बाई की एक जंजीर इस प्रकार लटकी हुई है कि विस्तृति $2d$ के लिए बिन्दुओं पर तनाव न्यूनतम है, प्रदर्शित कीजिए कि C निम्न समीकरण से ज्ञात होता है

$$\cot\left(\frac{d}{c}\right) = \frac{d}{c}$$

<https://www.pdusuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से