

B.A./B.Sc. (Part-II) EXAMINATION, 2021**(Common for the Faculties of Arts and Science)****(Three-Year Scheme of 10+2+3)****MATHEMATICS****Paper-III****NUMERICAL ANALYSIS AND VECTOR CALCULUS**

Time Allowed : 1½ Hours

Maximum Marks : 40 for Science

54 for Arts

Note : (1) Examinees to attempt questions of 50% marks out of given maximum marks.

परीक्षार्थी को कुल पूर्णांक के 50% अंकों के प्रश्नों का उत्तर देना है

(2) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answer precisely in the main answer book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जायेगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

(3) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

(4) Non-programmable Scientific calculators are allowed.

बिना प्रोग्राम वाले वैज्ञानिक गणक स्वीकृत हैं।

Unit-I / इकाई-I

Q.1. (a) Show that

सिद्ध कीजिए कि -

(i) $\Delta - \nabla = \Delta \nabla$

(ii) $\frac{\Delta^2 x^3}{Ex^3} = \frac{6}{(1+x)^2}$ if (यदि) $h = 1$ 2+2/2+2/2

(b) Show that the Newton-Gregory interpolation formula can be put in the following form :

प्रदर्शित कीजिए कि न्यूटन-ग्रेगोरी अन्तर्वेशन सूत्र निम्न रूप में रखा जा सकता है :

$$u_x = u_0 + x\Delta u_0 - xa\Delta^2 u_0 + xab\Delta^3 u_0 - xabc\Delta^4 u_0 + \dots$$

where (जहाँ) $a = 1 - \frac{1}{2}(x+1)$, $b = 1 - \frac{1}{3}(x+1)$, $c = 1 - \frac{1}{4}(x+1)$

etc. (इत्यादि)

4/5½

Q.2. (a) Prove that n^{th} divided difference of a polynomial of the n^{th} degree are constant. 4/5

सिद्ध कीजिए कि n घात वाले बहुपद के $n^{\text{वें}}$ विभाजित अन्तर अचर होते हैं।

(b) Find the form of the function given by the following table : 4/5½

निम्न सारणी से फलन का रूप ज्ञात कीजिए :

x	:	3	2	1	-1
f(x)	:	3	12	15	-21

Unit-II / इकाई-II

Q.3. (a) Use Stirling's formula to find y_{28} given :

स्टर्लिंग के सूत्र द्वारा y_{28} ज्ञात कीजिए। जबकि दिया हुआ है :

$$y_{20} = 49225, \quad y_{25} = 48316, \quad y_{30} = 47236,$$

$$y_{35} = 45926, \quad y_{40} = 44306$$

4/5

(b) If third differences are constant, then prove that

यदि तीसरे अन्तर अचर हैं तो सिद्ध कीजिए कि :

$$y_{x+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(y_x + y_{x+1}) - \frac{1}{16}(\Delta^2 y_{x-1} + \Delta^2 y_x)$$

4/5½

Q.4. (a) Find $f'(5)$ from the following table :

निम्न सारणी से $f'(5)$ ज्ञात कीजिये :

$$x : \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 7 \quad 9$$

$$f(x) : \quad 4 \quad 26 \quad 58 \quad 112 \quad 466 \quad 922$$

4/5

(b) Calculate an approximate value of $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ by Trapezoidal rule.

$\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ का सन्निकटन मान ट्रेपीजोइडल (समलम्बी) नियम द्वारा अभिकलन कीजिए।

4/5½

Unit-III / इकाई-III

- Q.5. (a) Solve the equation $x^4 + x^3 - 16x^2 - 4x + 48 = 0$ given that the product of two of the roots is 6.

समीकरण $x^4 + x^3 - 16x^2 - 4x + 48 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ इसके दो मूलों का गुणनफल 6 है। 4/5

- (b) Solve the following equation by Ferrari's method :

निम्न समीकरण का हल फ़ैरारी विधि से ज्ञात कीजिए :

$$x^4 - 3x^2 - 6x - 2 = 0$$

4/5½

- Q.6. (a) Prove that the rate of convergence of the Regula-Falsi method is 1.618.

सिद्ध कीजिए कि सिथ्या-स्थिति विधि की अभिसरण दर 1.618 है। 4/5

- (b) Prove that the Newton-Raphson formula is

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \text{ where } f'(x_n) \neq 0$$

सिद्ध कीजिए कि न्यूटन-रेफसन सूत्र

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, \text{ जबकि } f'(x_n) \neq 0 \text{ है।}$$

4/5½

Unit-IV / इकाई-IV

Q.7. (a) Solve by Gauss's successive elimination method :

गॉस उत्तरोत्तर विलोपन विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x + y + z = 7$$

$$3x + 3y + 4z = 24$$

$$2x + y + 3z = 16$$

4/5

(b) Find the solution of the following system of equations by Gauss-Seidel method : <https://www.pdusuonline.com>

निम्न समीकरण निकाय को गॉस-सीडल विधि से हल ज्ञात कीजिए :

$$27x_1 + 6x_2 - x_3 = 85$$

$$6x_1 + 15x_2 + 2x_3 = 72$$

$$x_1 + x_2 + 54x_3 = 110$$

4/5½

Q.8. (a) Use Picard's method to find approximate value of y , when $x = 0.1$

पिकार्ड विधि का प्रयोग कर $x = 0.1$ पर y का सन्निकटन मान प्राप्त कीजिए given

that जबकि दिया हुआ है $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$, $y = 1$ when (जब) $x = 0$

4/5

(b) Using Euler's modified method, find the value of y at $x = 0.4$, when

$$\frac{dy}{dx} = \log(x+y), y(0) = 1 \text{ and step size is } 0.2.$$

आयलर संशोधित विधि के प्रयोग से $x = 0.4$ पर y का मान ज्ञात कीजिए, जबकि

$$\frac{dy}{dx} = \log(x+y), y(0) = 1 \text{ तथा पद लम्बाई } 0.2 \text{ है।}$$

4/5½

Q.9. (a) Prove that

सिद्ध कीजिए कि :

$$\nabla \left(\vec{a} \cdot \frac{\vec{r}}{r^n} \right) = \frac{\vec{a}}{r^n} - \frac{n}{r^{n+2}} (\vec{a} \cdot \vec{r}) \vec{r} \quad 4/5$$

(b) Find the directional derivative of $\phi = 4xz^3 - 3x^2y^2z$ at the point $(2, -1, 2)$ in the direction $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$.

बिन्दु $(2, -1, 2)$ पर $\phi = 4xz^3 - 3x^2y^2z$ का दिक् अवकलज $2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}$ की दिशा में ज्ञात कीजिए। 4/5½

Q.10. (a) By Gauss's divergence theorem evaluate $\iiint_S (x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy)$, where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

गॉस के अपसरण प्रमेय की सहायता से $\iiint_S (x \, dy \, dz + y \, dz \, dx + z \, dx \, dy)$ का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ का पृष्ठ है। 4/5½

(b) Verify Green's theorem in the plane for $\oint_C (xy + y^2) \, dx + x^2 \, dy$, where C is the closed curve of the region bounded by $y = x$ and $y = x^2$.

समाकलन $\oint_C (xy + y^2) \, dx + x^2 \, dy$ के लिए ग्रीन प्रमेय को तल के लिए सत्यापित कीजिए जहाँ C, $y = x$ तथा $y = x^2$ द्वारा परिबद्ध एक क्षेत्र है। 4/5½

<https://www.pdsuonline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से