B.A. /B.Sc. (Part-1) Examination, 2020

(Common for the Faculties of Arts and Science)

(Three-Year Scheme of 10+2+3)

MATHEMATICS

Paper-1

(Discrete Mathematics)

Time: 3 Hours

Maximum Marks : 40 for Science

: 53 for Arts

Note:

(i). Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुये, कुल पाँच प्रश्न हल करने हैं।

(ii). No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answer precisely in the main answer-book only.

किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर लिखें।

(iii). All the parts of one question should be answered at one place in answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.

किसी भी एक प्रश्न के अंतर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नो के उत्तर उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

Unit-1

1. (a) Prove that the set of Real Numbers `R` is uncountable. 4/5

   सिद्ध कीजिये कि वास्तविक संख्याओं का समुच्चय `R`अगणनीय है।

   (b) Prove by the Principal of Mathematical Induction that: 4/5

   गणितीय आगमन सिद्धान्त द्वारा सिद्ध कीजिए कि:

   $1+3+5+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+(2n-1)=n^2$

Scanned with CamScanner

2. **(a)** How many integers are there between 1 and 1000 which are not divisible by 2, 3, 5 or 7? 4/5

1 तथा 1000 के मध्य ऐसे कितने पूर्णांक हैं जो 2,3,5 अथवा 7 से विभाजित नहीं होते?

(b) Let (L, ≤) be a bounded distributive lattice. Prove that if element a € L has a compliment then it is unique. 4/5

माना (L, ≤) एक परिबद्ध बंटनात्मक जालक है। सिद्ध कीजिये कि यदि a € L का पूरक विद्यमान है तो वह अद्वितीय है।

Unit-2

3. **(a)** If (B, +, ., `, 0, 1) is Boolean Algebra, then for any two arbitrary elements x, y € B, prove that: 4/5

यदि (B, +, ., `, 0, 1) एक बूलीय बीजगणित है ,तो B के किन्ही दो स्वेच्छ अवयवों x व y के लिए सिद्ध कीजिए कि :

x+y.x=x (ii) x.(x+y)=x

(b) State and prove Chinese Remainder Theorem. 4/5
चाइनीज शेषफल प्रमेय का कथन लिखिए और सिद्ध कीजिए।

4. (a) Express the following Boolean Functions in their C.N.F. 4/5
निम्न बूलीय फलनों को सयोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिए:

$f(x_1, x2, x_3) = (x_1+x_2+x_3).(x_1.x_2+x_1`.x_3)`$

(b) Find the compliment of the following functions by De Morgan`s Theorem and by taking dual: 4/5
द मॉर्गन प्रमेय एवं द्विक द्वारा निम्न फलन का पूरक फलन ज्ञात कीजिये:

Unit-3

5. (a) Define: 4/6
(i) Proposition (ii) Tautology
(iii) Contradiction (iv) Quantifiers
परिभाषित कीजिये :
(i) साध्य (ii) पुनरुक्ति
(iii) विरोधाभास (iv) प्रमात्रक

Scanned with CamScanner

(b) (i) Show that the statement $[(p\rightarrow q)\rightarrow p]\rightarrow p$ is a tautology.

प्रदर्शित कीजिए कि प्रकथन $[(p\rightarrow q)\rightarrow p]\rightarrow p$ एक पुनरुक्ति है।

(ii) Construct a truth table for the following compound preposition.

निम्नलिखित मिश्र प्रकथन के लिए सत्यमान सारणी बनाये: 4/5

$$p\rightarrow(\tilde{}q \vee r).$$

6. (a) Let a_r and b_r be two Numeric Function given by: 4/5

यदि a_r व b_r दो अंकीय फलन हैं:

$$a_r = \begin{cases} 0 & , 0\le r\le 4 \\ 2^{-r}+3 & , r\ge 5 \end{cases}$$

$$b_r = \begin{cases} 1-2^r & , 0\le r\le 2 \\ 2^r+2 & , 2\le r\le 3 \\ r+2 & , r\ge 5 \end{cases}$$

Obtain a_r+b_r and $a_r.b_r$.

ज्ञात कीजिये a_r+b_r एवं $a_r.b_r$.

(b) Solve the recurrence relation $a_r=2a_{r-1}+3$, r1 with the initial condition $a_0=1$. 4/5

Unit-4

7. (a) Define: 4/6

(i) Multigraph (ii) Regular Graph

(iii) Bipartite (iv) Self Complementary Graph

परिभाषित कीजिए:

(i) मल्टीग्राफ (ii) नियमित ग्राफ

(iii) द्विविभाजित ग्राफ (iv) स्वयंपूरक ग्राफ

(b) Prove that if a graph has a Euler Circuit, then every vertex of graph has even degree. 4/5

सिद्ध कीजिए कि यदि किसी ग्राफ मे आयलर परिपथ है ,तो ग्राफ के प्रत्येक शीर्ष कि कोटि सम होगी।

Scanned with CamScanner

8. (a) In a complete graph with n vertices there are ½(n-1) edge-disjoint Hamiltonian circuits if n is an odd number n≥3. 4/6

n शीर्ष वाले पूर्ण ग्राफ में (जहाँ n≥3 एक विषम पूर्णांक है) ½(n-1) कोर-असन्युक्त हेमिल्टोनियन परिपथ होते है।

(b) Let G be connected planar simple graph with e edges and v vertices. Let r be the number of regions in a planar representation of G, then prove that r=e-v+2. 4/5

यदि G एक सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है जिसमें e कोरे , v शीर्ष हैं एवं G के समतलीय प्रदर्शन में r क्षेत्रों की संख्या हैं तो सिद्ध कीजिये r=e-v+2.

Unit-5

9. (a) Prove that there is one and only one path between any two distinct vertices of a tree. 4/6

सिद्ध कीजिए कि वृक्ष के किन्हीं भी दो भिन्न शीर्षों के मध्य एक और केवल एक ही सरल पाठ होता है।

(b) Define: 4/5

परिभाषित कीजिए:

(i) Tree (वृक्ष) (ii) Spanning tree (जनक वृक्ष)

(iii) Rooted tree (समूल वृक्ष) (iv) Binary tree (द्विखंडी वृक्ष)

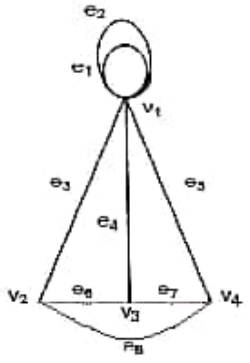
10. (a) If a binary tree T of n vertices has a height h , then prove that : $h+1 \le n \le 2^{h+1}-1$. 4/6

यदि n शीर्षों वाले द्विखंडी वृक्ष T की ऊंचाई h है , तो सिद्ध कीजिए:

$$h+1 \le n \le 2^{h+1}-1.$$

(b) Find the adjacency and incidence matrix of the following graph:

निम्न ग्राफ के आसन्न एवं इन्सीडेंस मेट्रिक्स ज्ञात कीजिए: 4/5



Scanned with CamScanner