MATHMETICS

THIRD PAPER

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

Time Allowed : Two Half Hours **Maximum Marks :** 44 for Arts

32 for Science

Answers of all the questions (short answer as well as descriptive) are to be given in the main answer-book only. Answers of short answer type quesions must be given in sequential order. Similarly all the parts of one quesion of descriptive part should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book. Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

सभी (लघूत्तरात्मक तथा वर्णनात्मक) प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर–पुस्तिका में ही लिखें। लघूत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही दें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर–पुस्तिका में अलग–अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करें। प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखें।

Attemp four questions selecting one question from each Unit.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुये, कुल चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

UNIT-I/ इकाई-I

1. (a) In usual notations, evaluate $\frac{\Delta^2 x^3}{Ex^3}$ if the interval of differencing, h=1.

सामान्य संकेतन में $\frac{\Delta^2 x^3}{Ex^3}$ का मान ज्ञात कीजिये यदि अन्तर का अन्तराल, h =1 है।

(b) Express the function $f(x) = 2x^3-3x^2+3x-10$ and its successive differences in factorial notation.

बहुपद $f(x) = 2x^3-3x^2+3x-10$ फलन तथा इसके उत्तरोतर अन्तरों को क्रमगुणित संकेतन में व्यक्त कीजिये।

(c) Find the number of workers getting wages between Rs. 10 and Rs.15 from the following table:

निम्न सारणी से उन व्यक्तियों की संख्या ज्ञात कीजिये जिन्हें 10 रू. से 15 रू. के मध्य मजदूरी मिलती है: (3+4+4/2+3+3)

मजदूरी रू. में (Wages in Rs.)	0–10	10–20	20–30	30–40	40–50
व्यक्तियों की सं. (No of workers)	9	30	35	42	51

2. (a) By using Lagrange's interpolation formula, prove that

लग्रांज अन्तर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर सिद्ध कीजिये कि

$$y_0 = \frac{1}{2}(y_1 + y_{-1}) - \frac{1}{8}\left[\frac{1}{2}(y_3 - y_1) - \frac{1}{2}(y_{-1} - y_{-3})\right] \text{approx (लगभग)}$$

(b) From the following table, find $f(x)$ in powers of $(x-5)$: (5½+5½/4+4)

निम्न सारणी के प्रयोग से $(x-5)$ की घात वाला बहुपद $f(x)$ ज्ञात कीजिये:

x:	0	2	3	4	7	9
f(x)	4	26	58	112	466	922

UNIT-II / (इकाई II)

3. (a) With usual notations, prove that:

सामान्य संकेतन में सिद्ध कीजिये कि:

$$\mu\delta = \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$$

(b) Using Gauss's forward formula find $y_{3.75}$ from the following data:

दिये हुये निम्न आंकड़ों से गॉस अग्र सूत्र द्वारा $y_{3.75}$ ज्ञात कीजिये:

x:	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
y_x:	24.145	22.043	20.225	18.644	17.262	16.047

(c) Use Bessel's formula to find y_{25} from the following data: (3+4+4/2+3+3)

निम्न आंकड़ों से बेसल सूत्र का प्रयोग कर y_{25} का मान ज्ञात कीजिये:

$y_{20} = 2854$, $y_{24} = 3162$, $y_{28} = 3544$, $y_{32} = 3992$

4. (a) Find f'(10) from the following data:

निम्न आंकड़ों से f'(10) ज्ञात कीजिये:

x:	3	5	11	27	34
$f(x)$:	13	23	899	17315	35606

(b) Calculate by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule an approximate value of $\int_{-3}^{3} x^4 dx$ by taking seven equidistant ordinates. Compare it with exact value.

सात समदूरस्थ कोटियां लेकर सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम से $\int_{-3}^{3} x^4 dx$ के सन्निकटन मान की गणना कीजिये। इसकी तुलना यथार्थ (सही) मान से कीजिये।

(c) Evaluate the following integral by using he Gauss's three point quadrature formula. (5+3+3/4+2+2)

गॉस त्रि–बिन्दु क्षेत्रकलन सूत्र से निम्न समाकल का मान ज्ञात कीजिये:

$$\int_0^1 \sqrt{(1+2x)}\,dx$$

UNIT-III / (इकाई III)

5. (a) Solve the following system by Gauss elimination method:

गॉस विलोपन विधि से निम्न निकाय का हल ज्ञात कीजिये:

$10x_1 - 7x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 6$

$-6x_1 + 8x_2 - x_3 - 4x_4 = 5$

$3x_1 + x_2 + 4x_3 + 11x_4 = 2$

$5x_1 - 9x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 7$

(b) by Using Gauss-Seidel iteration method solve the following system up to third approximation: (5½+5½/4+4)

गॉस–सीडल पुनरावृत्ति विधि से निम्न निकाय का तीन सन्निकटन तक हल ज्ञात कीजिये:

$2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2$

$10x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 16$

$3x_1 + 6x_2 + x_3 = -6$

6. (a) Use Picard's method up to three iterations to compute y, where y satisfies the following differential equation: (5½+5½/4+4)

तीन पुनरावृत्ति तक पिकार्ड विधि का प्रयोग कर y का मान ज्ञात कीजिये, जहां y निम्न अवकल समीकरण को संतुष्ट करती है:

$\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$

(b) Use Euler's modified method to determine an appoximate value of y at x=0.1 from the initial value problem $\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$ taking step size 0.05.

पद लम्बाई 0.05 लेते हुये ऑयलर संशोधित विधि के प्रयोग से अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + y, y(0) = 1$ से x=0.1 पर y का सन्निकटन मान ज्ञात कीजिये।

UNIT-IV (इकाई-IV)

7. (a) If $\vec{r}$ is a vector function of scalar variable t, then show that $\hat{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{1}{r^2}\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right)$ Where $|\vec{r}| = r$ and $\hat{r}$ is a unit vector.

यदि $\vec{r}$, अदिश चर t का सदिश फलन हो, तो प्रदर्शित कीजिये कि $\hat{r} \times \frac{d\hat{r}}{dt} = \frac{1}{r^2}\left(\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt}\right)$ जहां $|\vec{r}| = r$ तथा $\hat{r}$ एक इकाई सदिश है।

(b) Find the directional derivation of $\phi = xy + yz + zx$ in the direction of the vector i+2j+2k at the point (1,2,0)

बिन्दु (1,2,0) पर $\phi = xy + yz + zx$ का दिक्अवकलज सदिश i+2j+2k की दिशा में ज्ञात कीजिये।

rtuonline.com

(c) For two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$, prove that: (3+4+4/2+3+3)

दो सदिशों $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिये सिद्ध कीजिये कि:

$curl(\vec{a} \times \vec{b}) = (\vec{b}.\nabla)\vec{a} - \vec{b}\, div\vec{a} - (\vec{a}.\nabla)\vec{b} + \vec{a}\, div\vec{b}$

8. (a) Using stoke's theorem, evaluate the integral $\int_c xy\,dx + xy^2 dy$, Where C is the square in the xy plane with vertices (1,0),(−1,0),(0,1);(0,−1) respectively.

स्टॉक्स प्रमेय का उपयोग करते हुये समाकल $\int_c xy\,dx + xy^2 dy$ का मान ज्ञात कीजिये, जहाँ C, xy समतल में एक वर्ग है जिसके शीर्ष क्रमश: (1,0),(−1,0),(0,1);(0,−1) है।

(b) Evaluate $\iint_s (xi + yj + z^2 k).\hat{n}ds$, where S is the closed surface bounded by the cone $x^2+y^2=z^2$ and the plane $z=1$.

$\iint_s (xi + yj + z^2 k).\hat{n}ds$ का मान ज्ञात कीजिये जहां S शंकु $x^2+y^2=z^2$ d तथा तल $z=1$ से घिरा हुआ बन्द पृष्ठ है।

(c) By using Green's theorem in the plane, evaluate, $\int_c \{(y - \sin x)dx + \cos x dy\}$ where C is the triangle enclosed by the lines $y = 0, x = \frac{\pi}{2}$ and $\pi y = 2x$ (3+4+4/2+3+3)

समतल में ग्रीन प्रमेय का प्रयोग कर $\int_c \{(y - \sin x)dx + \cos x dy\}$ का मान ज्ञात कीजिये, जहां $C, y = 0, x = \frac{\pi}{2}$ तथा $\pi y = 2x$ रेखाओं से परिबद्ध त्रिभुज है।

❑❑❑