

MATHEMATICS

SECOND PAPER

(Differential Equations)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 66 For Arts

50 For Science

Answers of all the questions (short answer as well as descriptive) are to be given in the main answer-book only. Answers of short answer type questions must be given in sequential order. Similarly all the parts of one question of descriptive part should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book. Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

सभी (लघूत्तरात्मक तथा वर्णनात्मक) प्रश्नों के उत्तर मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें। लघूत्तरात्मक प्रश्नों के उत्तर प्रश्नों के क्रमानुसार ही दें। इसी प्रकार किसी भी एक वर्णनात्मक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर क्रमानुसार हल करें। प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखें।

Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुये,

कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

UNIT-I/ इकाई-I

1. (a) (i) Find the order and the degree of the following differential equation:  
निम्नलिखित अवकल समीकरण की कोटि तथा घात ज्ञात कीजिए:

$$\left[ y + x \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{4/3} = x \frac{d^2y}{dx^2}$$

(ii) Solve

हल कीजिए:

$$(e^y + 1) \cos x dx + e^y \sin x dy = 0$$

(b) Solve

हल कीजिए:

$$(3y - 7x + 7) dx + (7y - 3x + 3) dy = 0$$

2. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$(1 + y^2) dx = (\tan^{-1} y - x) dy$$

(b) Solve

हल कीजिए:

$$x dx + y dy = a^2 \left( \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2} \right)$$

UNIT-II / (इकाई II)

3. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$x + y p^2 + (1 + xy) p = 0$$

(b) By substituting  $y^2 = v$ , solve the equation:

$y^2 = v$  प्रतिस्थापित करके समीकरण का हल कीजिए:

$$y = 2px + y^3 p^3$$

4. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{d^3y}{dx^3} + y = e^x + \sin 3x$$

(b) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$$

UNIT-III / (इकाई III)

5. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = x^2$$

(b) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{dx}{x^2 - y^2 - z^2} = \frac{dy}{2xy} = \frac{dz}{2xz}$$

6. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$(x^3 - 4x) \frac{d^3y}{dx^3} + (9x^2 - 12) \frac{d^2y}{dx^2} + 18x \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

(b) Show that the solution of the initial value problem.  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{|y|}$ ,  $y(0) = 0$

may not be unique although  $f(x, y) = \sqrt{|y|}$  is continuous.

दर्शित करो कि प्रारम्भिक मान समस्या  $\frac{dy}{dx} = \sqrt{|y|}$ ,  $y(0) = 0$  का हल अद्वितीय

नहीं है जबकि  $f(x, y) = \sqrt{|y|}$  संतत है।

#### UNIT-IV (इकाई-IV)

7. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

(b) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{d}{dx} \left( \cos^2 x \frac{dy}{dx} \right) + y \cos^2 x = 0$$

8. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x = 0$$

(b) Solve by the method of variation of parameters:

प्राचल विवरण विधि द्वारा हल कीजिए:

$$(1-x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

#### UNIT-V (इकाई V)

9. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$p+3q=5z+\tan(y-3x)$$

(b) Solve the following equation by charpit's method:

निम्न समीकरण को चार्पि की विधि से हल कीजिए:

$$2xz - px^2 - 2qxy + pq = 0$$

10. (a) Solve:

हल कीजिए:

$$r+s-6t=y \cos x$$

(b) Solve:

हल कीजिए:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 4 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + \frac{\partial z}{\partial x} - 2 \frac{\partial z}{\partial y} = e^{x+y}$$