

This question paper contains 4 printed pages

B.A / B.Sc. (Pt. III)

3125/3175-A-III

B.A./B.Sc. (Part-III) EXAMINATION, 2021

(Common For The faculties of Arts and Science)

(Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-III)

(Three-Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS-III
(MECHANICS)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 40 For Science
54 For Arts
32 Old Scheme

No supplementary answer book will be given to any candidate. Hence the candidates should write the answers precisely in the main answer book only.

All the parts of one questions should be answered at one place in the answer book. One complete question should not be answered at different place in the answer book.

किसी भी परीक्षाओं का पूरा उता पूर्णता नहीं हो जाएगा। अतः परीक्षार्थियों का ध्यान कि वे मुख्य उता पूर्णता में ही समय प्रश्न के उता लिखें।

किसी भी प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उता उता-पूर्विका में अलग अलग स्थानों पर हल करने बजाय एक ही स्थान पर हल करें।

Write your roll number on question paper before start writing answers of questions

प्रश्नों के उता लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र गोल नम्बर अवश्य लिखिए।

Attempt FIVE questions in all, selecting atleast one question from each unit.

प्रत्येक खण्ड में कम से कम एक प्रश्न का चयन करके कुल पाँच प्रश्नों के उता दीजिए।

Unit-I / इकाई-1

1 (a) Derive the formulae of radial and transverse accelerations

अंगूथ तथा अनुप्रस्थ त्वरण के सूत्रों का व्युत्पन्न कीजिए।

(b) An insect crawls at a constant rate u along the spoke of a cart wheel of radius a . The cart is moving with velocity v . Find the acceleration along and perpendicular to the spoke of the insect at time t

एक लंबा किलो गाड़ी के a किन्वा वाले पहिये के आगे पर अक्षर बाल u से रेंगता है और गाड़ी v वेग से चलती है। t समय पर आगे की दिशा में तथा उसके लम्बवत दिशा में कीड़े के त्वरण ज्ञात कीजिए।

2. (a) A particle of mass m is attached to a light wire which is stretched tightly between two fixed points with a tension T . If a, b be the distances of the particle from the two ends, prove that the period of small transverse oscillation of m is, $2\pi\sqrt{\frac{Mab}{T(a+b)}}$

m संहति का एक कण किलो भारहीन तार पर लगा हुआ है, जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच में T तनाव द्वारा जोधा खींचा हुआ है। यदि तार के सिरों से कण की दूरियाँ a तथा b हों तो सिद्ध कीजिए कि m के एक छोटे अनुप्रस्थ दोलन का काल होगा : $2\pi\sqrt{\frac{Mab}{T(a+b)}}$

- (b) A light elastic string of natural length l and modulus of elasticity λ , is hung by one end and to the other end, is tied a particle of mass m . Discuss the motion

एक l प्राकृत लम्बाई एवं λ प्रत्यासक्त स्थिरांक की हल्की प्रत्यासक्त डोरी एक सिरे में लटकी हुई है तथा इसके दूसरे सिरे पर m द्रव्यमान का एक कण बाँधा गया है। कण की गति की विवक्षित कीजिए।

Unit-II / इकाई-II

3. (a) A particle of mass M is falling under gravity through a medium whose resistance is μ times the velocity. If the particle is released from rest, show that the distance fallen through in time t is, $\frac{gm^2}{\mu^2} \left(e^{-\frac{\mu t}{M}} - 1 + \frac{\mu t}{M} \right)$

M संहति का एक कण गुरुत्वाकर्षण के अधीन एक ऐसे माध्यम में गिर रहा है जिसका प्रतिरोध वेग का μ गुना है। यदि कण विरामावस्था में डाला जाए तो सिद्ध कीजिए कि t समय में गिरे हुए दूरी होगी,

$$\frac{gm^2}{\mu^2} \left(e^{-\frac{\mu t}{M}} - 1 + \frac{\mu t}{M} \right)$$

- (b) When a weight of one pound is hung from one end of an elastic string of natural length 3 feet it produces an extension of 2 inches. Find the amount of work done extending it from 3.5 ft to 4.5 ft.

3 फुट स्वाभाविक लम्बाई की कोई प्रत्यासक्त डोरी उस पर लग 1 पौण्ड के भार में 2 इंच विस्तारित की जाती है। उसे 3.5 फुट लम्बाई से 4.5 फुट लम्बाई तक बढ़ाने में किया हुआ कार्य ज्ञात कीजिए।

4. (a) A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle particle may pass through the centre is : $\sqrt{\frac{1}{2}ag} (\sqrt{3} + 1)$

एक कण एक ऊर्ध्वाधर वृत्त, जिसका अर्धव्यास a है, के निम्नतम बिन्दु से ऐसे वेग से फेंका जाता है कि वृत्त को छेड़ने के पश्चात् कण वृत्त के केन्द्र बिन्दु से गुजरता है। सिद्ध कीजिए कि कण का प्रक्षेप वेग होगा:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2}ag\right)} (\sqrt{3} + 1)$$

- (b) Prove that if the time of the flight of the bullet over a horizontal range R is T , then prove that angle of projection is : $\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$

यदि एक गोली का किसी क्षैतिज परास R के लिए उड़ने का काल T हो तो सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप कोण होगा :

$$\tan^{-1}\left(\frac{gT^2}{2R}\right)$$

Unit-III / इकाई-III

5. (a) A particle moves with a central acceleration $\mu ((r^2 - c^2)r)$ being projected from an apse at a distance c with a velocity $\sqrt{\frac{2\mu}{3}} c^3$, show that it's path is curve $x^4 + y^4 = c^4$.

एक कण केन्द्रीय त्वरण $\mu ((r^2 - c^2)r)$ से गतिशील है और इसका स्तब्धिका, जो स्वयं c दूरी पर है, $\sqrt{\frac{2\mu}{3}} c^3$ वेग से फेंका जाता है, सिद्ध करो कि कण के पथ का समीकरण $x^4 + y^4 = c^4$ है।

- (b) A planet describes an ellipse about the sun as focus. Prove that it's velocity at the end of the minor axis is the geometric mean between it's velocities at the ends of any diameter.

एक ग्रह नाभिका में स्थित सूर्य के प्रति एक दीर्घवृत्त बनाता है। सिद्ध करो कि लघु अक्ष के एक सिरे पर इसका वेग किसी भी व्यास के सिरे पर के वेग का ज्यामितीय माध्य होगा।

6. (a) Find the moment of inertia of a hollow sphere of radius a and mass M about diameter.

a त्रिज्या तथा M संहति के खोखले गोले का एक व्यास के परितः जड़त्व आपूर्ण ज्ञात कीजिए।

- (b) Find the moment of inertia of an elliptic lamina of mass M and semi axes a and b about diameter of length $2r$.

M संहति तथा a और b अर्धअक्ष वाले किसी दीर्घवृत्तीय पटल का $2r$ लम्बाई के किसी व्यास के परितः जड़त्व आपूर्ण ज्ञात कीजिए।

Unit-IV / इकाई-IV

7. (a) State and prove Lami's theorem.

लामी प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

- (b) A sphere of given weight W , rests between two smooth planes, one vertical and other is inclined at an angle α to the vertical. Find the reactions of the planes on the sphere.

W भार का एक गोला दो बिकाने समतलों के बीच में रखा हुआ है। एक समतल ऊर्ध्वाधर में है तथा दूसरा इसके α कोण बनाता है। गोलों पर समतलों की प्रतिक्रियाएँ ज्ञात कीजिए।

8. (a) The forces $3p$, $7p$ and $5p$ act along the sides AB, BC, CA respectively of an equilateral triangle ABC. Find the magnitude, direction and the line of action of their resultant

बल $3p$, $7p$ तथा $5p$ एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजाओं क्रमशः AB, BC, CA के साथ क्रिया करते हैं। उनके परिणामी का परिमाण, दिशा व क्रिया रेखा ज्ञात कीजिए।

- (b) How high can a particle rest inside a hollow sphere of radius a , if the coefficient of friction be $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

a त्रिज्या के खोखले गोलों के अन्दर स्थित कण उसके धोतर किनारी ऊँचाई तक विरामस्थिति में रह सकता है जबकि घर्षण गुणांक $\frac{1}{\sqrt{3}}$ है।

Unit-V / इकाई-V

9. (a) Six equal heavy rods, freely hinged at their ends form a regular hexagon ABCDEF which when hung up by a point A is kept from altering its shape by two light rods BF and CE. Find the thrusts of these rods <https://www.uoronline.com>

छः समान भारी छड़ें स्वतंत्रतापूर्वक सिटों पर जुड़ी हुई हैं और एक समषट्भुज ABCDEF बनाती हैं। इसे A में लटकवाया जाता है और दो भारहीन छड़ें BF तथा CE द्वारा इस आकृति को अरुचिबद्ध रखा जाता है। इन छड़ों में प्रणोद ज्ञात कीजिए।

- (b) Two equal uniform rods AB and AC each of length $2b$, are freely joined at A and rests on a smooth vertical circle of radius a . Show that if 2θ be angle between them, then $b \sin^2 \theta = a \cos \theta$.

$2b$ लम्बाई की दो बराबर एक समान छड़ें AB और AC, A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़ी हुई हैं और a त्रिज्या के ऊर्ध्वाधर वृत्त पर रखी हुई हैं। सिद्ध कीजिए कि, यदि उनके मध्यम्य कोण 2θ हो तो, $b \sin^2 \theta = a \cos \theta$ ।

10. (a) Derive the general equation of Catenary in cartesian form.

कार्तीय रूप में कैटिनरी का सामान्य समीकरण व्युत्पन्न ज्ञात कीजिए।

- (b) Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is, $a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2 + \sqrt{3})} \right]$

प्रदर्शित कीजिए कि एक अन्तहीन जंकीर जो त्रिज्या a की एक वृत्ताकार धारणी के $\frac{2}{3}$ परिधि से सम्पर्क में है, तो उसकी लम्बाई होगी : $a \left[\frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2 + \sqrt{3})} \right]$