

1125/1175-I B.A./B.Sc. (Part-I)

B.A./B.Sc. (Part-I) EXAMINATION - 2022

(Common for the Faculties of Arts & Science)

[Also Common with Subsidiary Paper of B.A./B.Sc. (Hons.) Part-I]

(Three-Year Scheme of 10+2+3 Pattern)

MATHEMATICS-I

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : 3 Hours

समय : 3 घण्टे

Maximum Marks : $\begin{cases} 40 \text{ for Science, } 53 \text{ for Arts} \\ \text{अधिकतम अंक : } \begin{cases} \text{विज्ञान के लिए 40 तथा कला के लिए 53} \end{cases} \end{cases}$

Note : (i) Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit.

प्रत्येक इकाई में से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(ii) Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

UNIT - I/ इकाई - I

- I. (a) If A, B and C are three sets, then prove that 4/5%
- (i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- यदि A, B तथा C तीन समुच्चय हैं, तो सिद्ध कीजिये कि
- (i) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$ (ii) $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- (b) How many integers are there between 1 and 1000 which are not divisible by 2, 3, 5 or 7? 4/5%
- 1 तथा 1000 के मध्य ऐसे कितने पूर्णांक हैं जो 2, 3, 5 अथवा 7 से विभाजित नहीं होते?
2. (a) Prove that a relation R on a non empty set A is symmetric if and only if $R = R^{-1}$. 4/5%
- सिद्ध कीजिये कि अरिक्त समुच्चय A पर परिभाषित कोई संबंध R, एक सममित सम्बन्ध होता है यदि और केवल यदि $R = R^{-1}$.
- (b) Define partial order relation. Determine whether the relation defined on set $A = \{a, b, c, d\}$ represented by the following zero-one matrix, is a partial order relation or not. 4/5%

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

आंशिक क्रम संबंध को परिभाषित कीजिए। ज्ञात कीजिए कि समुच्चय $A = \{a, b, c, d\}$ पर परिभाषित निम्नलिखित

शून्य-एक आव्यूह द्वारा निरूपित संबंध आंशिक क्रम संबंध है अथवा नहीं $M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

UNIT - II/ इकाई - II

3. (a) Prove that the dual of a complemented lattice is also a complemented lattice. 4 / 5½
 सिद्ध कीजिये कि पूरित जालक का द्वैती जालक भी पूरित जालक होता है।
- (b) Show that the set Q^+ of the positive rational numbers forms an abelian group for the operation 4 / 5

* defined as : $a * b = \frac{ab}{2}, \forall a, b \in Q^+$.

सिद्ध कीजिये कि धनात्मक परिमेय संख्याओं का समुच्चय Q^+ , संक्रिया * के लिए एक क्रमविनिमेय ग्रुप है, जहाँ * निम्न प्रकार परिभाषित है : $a * b = \frac{ab}{2}, \forall a, b \in Q^+$.

4. (a) Prove that in a Boolean algebra $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$, for each pair of elements $a, b \in B$. 4 / 5½

(i) $a + (a \cdot b) = a$ (ii) $a \cdot (a + b) = a$

सिद्ध कीजिये कि बूलीय बीजगणित $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ के प्रत्येक दो अवयवों $a, b \in B$ के लिए

(i) $a + (a \cdot b) = a$ (ii) $a \cdot (a + b) = a$

- (b) Use Chinese remainder theorem to solve the following system of linear congruences : 4 / 5
 $x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 6 \pmod{7}$.

चाइनीज अवशेष प्रमेय का प्रयोग करते हुए निम्न सर्वांगसम निकाय का हल ज्ञात कीजिये :
 $x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 6 \pmod{7}$.

UNIT - III/ इकाई - III

5. (a) Show by means of truth table, that the compound statements $(p \uparrow q) \oplus (p \uparrow q)$ and $(p \vee q) \wedge (p \downarrow q)$ are contradictions; hence are logically equivalent. 4 / 5½

सत्यमान सारणी की सहायता से प्रदर्शित कीजिए कि मिश्र प्रकथन $(p \uparrow q) \oplus (p \uparrow q)$ तथा $(p \vee q) \wedge (p \downarrow q)$ विरोधाभास हैं, फलतः ये तर्कसंगत तुल्य हैं।

- (b) Define discrete numeric function. If a and b are two numeric function and if $c = a \cdot b$ and $d = a/b$, then prove that : 4 / 5

(i) $\Delta c_r = a_{r+1} \Delta b_r + b_r \Delta a_r$

(ii) $\Delta d_r = \frac{b_r \Delta a_r - a_r \Delta b_r}{b_r \cdot b_{r+1}}$

विविक्त संख्यांक फलन की परिभाषा दीजिये। यदि a और b संख्यांक फलन हैं तथा यदि $c = a \cdot b$ तथा $d = a/b$, तो सिद्ध कीजिये कि,

(i) $\Delta c_r = a_{r+1} \Delta b_r + b_r \Delta a_r$

(ii) $\Delta d_r = \frac{b_r \Delta a_r - a_r \Delta b_r}{b_r \cdot b_{r+1}}$

6. (a) Determine the numeric function corresponding to the following generating function : 4 / 5½

$$G(x) = \frac{1 + x^3}{(1 - x)^4}$$

निम्नलिखित जनक फलन के संगत संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए : $G(x) = \frac{1 + x^3}{(1 - x)^4}$.

- (b) Using generating functions to solve the recurrence relation :

जनक फलन विधि द्वारा पुनरावृत्ति संबंध को हल कीजिये :

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2} \text{ with } a_1 = 2 \text{ and } a_2 = 3$$

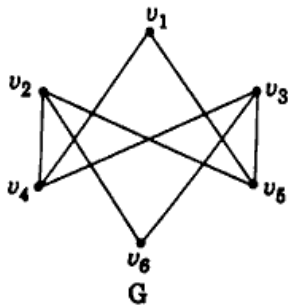
UNIT - IV/इकाई - IV

7. (a) Prove that a simple graph G with n vertices and k components ($k \geq 1$) can have at most $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ edges. 4/5%

सिद्ध कीजिये कि n शीर्ष एवं k संबंध घटक ($k \geq 1$) वाले सरल ग्राफ G में कोरों की संख्या $\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1)$ से

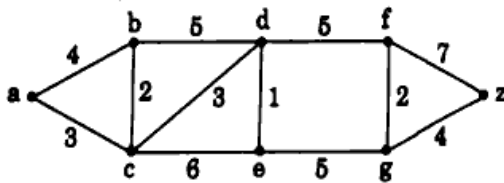
अधिक नहीं हो सकती।

- (b) Define complement of a simple graph G . Find the complement of the graph G shown in figure. 4/5
सरल ग्राफ G के पूरक ग्राफ की परिभाषा दीजिये। चित्र में दिये गए ग्राफ G का पूरक ग्राफ ज्ञात कीजिये।



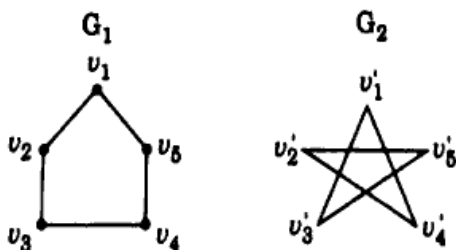
8. (a) Find the shortest path and distance between the vertices a and z in the following weighted graph. <https://www.uoronline.com> 4/5%

निम्न भारित ग्राफ में शीर्षों a तथा z के मध्य लघुतम मार्ग तथा मार्ग दूरी ज्ञात कीजिए :



- (b) Examine for isomorphism. 4/5

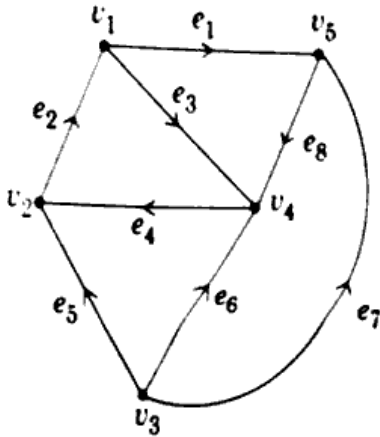
तुल्यकारिता के लिए परीक्षण कीजिये।



UNIT - V/इकाई - V

9. (a) Find the adjacency matrix and the incidence matrix of the following directed graph
निम्न दिष्ट ग्राफ का आसन्नता आव्यूह तथा आपतन आव्यूह ज्ञात कीजिए।

4 / 5½



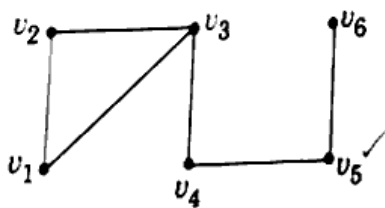
- (b) If h is the height of a balanced complete binary tree of n vertices then prove that

$$h = \log_2 \left(\frac{n+1}{2} \right)$$

यदि n शीर्षों के संतुलित पूर्ण द्विचर वृक्ष की ऊँचाई h है, तब सिद्ध कीजिये कि $h = \log_2 \left(\frac{n+1}{2} \right)$

10. (a) Find all spanning trees for the graph G shown below.

4 / 5½



- (b) Does the graph G given below have Hamiltonian circuit?

4 / 5

