

B.A./B.Sc./B.Ed. (Part-I)

159-I

**B.A./B.Sc./B.Ed. (Four Year Scheme) (Part-I)
Examination, 2021**

Paper-B.A./B.Sc./B.Ed. 05/06/07 (G-B)

MATHEMATICS-I

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : 3 Hours

Maximum Marks : 40 for Science

समय : 3 घण्टे

53 for Arts

Note :

- (1) No supplementary answer-book will be given to any candidate. Hence the candidates should write their answers precisely in the main answer-book only.
- (2) All the parts of one question should be answered at one place in the answer-book. One complete question should not be answered at different places in the answer-book.
- (3) Attempt five questions in all, selecting one question from each Unit.
- (4) Write your roll number on question paper before start writing answers of questions.

सूचना :

- (1) किसी भी परीक्षार्थी को पूरक उत्तर-पुस्तिका नहीं दी जाएगी। अतः परीक्षार्थियों को चाहिए कि वे मुख्य उत्तर-पुस्तिका में ही समस्त प्रश्नों के उत्तर सही ढंग से लिखें।
- (2) किसी भी एक प्रश्न के अन्तर्गत पूछे गए विभिन्न प्रश्नों के उत्तर, उत्तर-पुस्तिका में अलग-अलग स्थानों पर हल करने के बजाय एक ही स्थान पर हल करें।
- (3) प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न का चयन करते हुए, कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए।
- (4) प्रश्नों के उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न-पत्र पर रोल नम्बर अवश्य लिखिए।

UNIT-I (इकाई-I)

1. (a) Prove by the principle of mathematical induction that :

गणितीय आगमन सिद्धांत द्वारा सिद्ध कीजिए :

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}.$$

- (b) How many integers are there between 1 and 1000 which are not divisible by 2, 3, 5 or 7?

1 तथा 1000 के मध्य ऐसे कितने पूर्णांक हैं जो 2, 3, 5 अथवा 7 से विभाजित नहीं होते?

2. (a) Prove that a relation R on a non-empty set A is transitive if and only if $R \circ R \subseteq R$.

सिद्ध कीजिए कि अरिक्त समुच्चय पर परिभाषित कोई संबंध R संक्रामक होता है यदि और केवल यदि $R \circ R \subseteq R$.

- (b) Prove that the inverse of a one-one and onto function is unique.

सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी आच्छादक फलन का प्रतिलोम अद्वितीय होता है।

UNIT-II (इकाई-II)

3. (a) Let (L, \leq) be a bounded distributive lattice, prove that if $a \in L$ has a complement then it is unique. <https://www.uoronline.com>

माना (L, \leq) एक परिवद्ध बंटनात्मक जालक है तो सिद्ध कीजिए यदि $a \in L$ का पूरक विद्यमान है तो वह अद्वितीय है।

- (b) Find the disjunctive form of the following Boolean junction :

निम्नलिखित बूलियन जंक्शन का disjunctive form खोजिए :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2).(x_1 + x_2').(x_1' + x_3).$$

4. (a) If P is a prime number, then prove that :

यदि P एक अभाज्य संख्या हो तो सिद्ध कीजिए :

$$1^{P-1} + 2^{P-1} + 3^{P-1} + \dots + (P-1)^{P-1} \equiv -1 \pmod{p}.$$

- (b) Show that every number and its cube when divided by 6 leaves the same remainder.
 दर्शाइए कि किसी पूर्णांक एवं उसके घन को 6 से विभाजित करने पर समान शेषफल प्राप्त होता है।

UNIT-III (इकाई-III)

5. (a) If p, q are any two statements then show that $(\sim p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$ is a tautology.
 यदि p, q कोई दो प्रकथन हैं तब प्रदर्शित कीजिए कि $(\sim p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$ एक पुनरुक्ति है।
- (b) If a is numeric function, where
 यदि a संख्यात्मक फलन है, जहाँ

$$a_r = \begin{cases} 3; & 0 \leq r \leq 3 \\ 3^r + 2; & r \geq 4 \end{cases}$$

then :

- (i) Find (ज्ञात कीजिए) $S^3 a$ and (तथा) $S^{-3} a$
 (ii) Find (ज्ञात कीजिए) Δa and (तथा) ∇a .
6. (a) Find the solution of the following recurrence relation :

निम्नलिखित पुनरावर्ती संबंध के हल ज्ञात कीजिए :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 4^r.$$

- (b) Solve the method of generating functions :

जनक फलनों की विधि से हल कीजिए :

$$a_r = 3a_{r-1} - 2a_{r-2}; \quad r \geq 2 \quad a_1 = 5, a_2 = 3.$$

UNIT-IV (इकाई-IV)

7. (a) Prove that there are even number of vertices of odd degree in any undirected graph.

सिद्ध कीजिए कि किसी अदिष्ट ग्राफ में विषम कोटि के शीर्षों की संख्या एक सम पूर्णांक होती है।

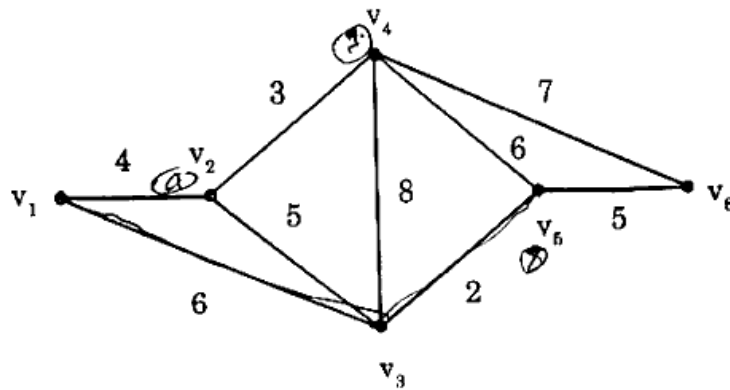
(b) If G is a simple connected planar graph with n vertices and e edges then prove that :

यदि G एक सरल सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है, जिसमें n शीर्ष व e कोरे हैं तब सिद्ध कीजिए :

$$e \leq 3n - 6 \quad (e \geq 2).$$

8. (a) Find the shortest path from the vertex v_1 to vertex v_6 in the following weighted graph :

निम्न भारित ग्राफ में शीर्ष v_1 से शीर्ष v_6 तक लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिए :



(b) Define with example :

- (i) Union of two graph
- (ii) Product of two graph
- (iii) Join of two graph
- (iv) Planar graph.

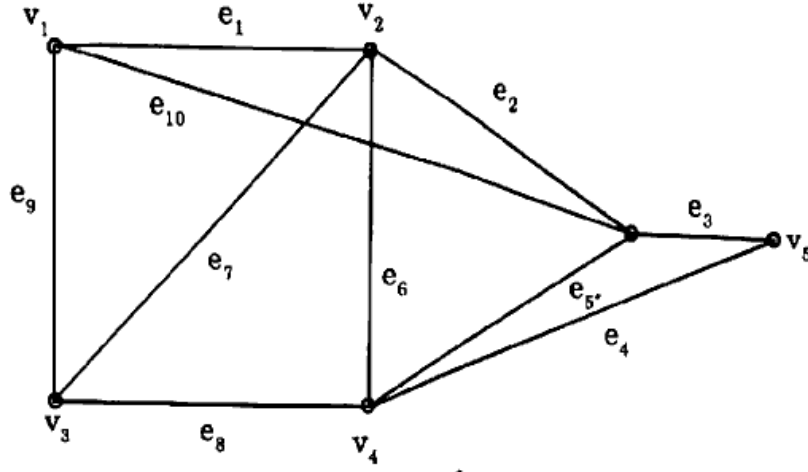
उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए :

- (i) दो ग्राफ का संघ
- (ii) दो ग्राफ का गुणन
- (iii) दो ग्राफ का वियोजन
- (iv) समतलीय ग्राफ।

UNIT-V (इकाई-V)

9. (a) Find the adjacency matrix of the following simple graph :

निम्न सरल ग्राफ का आसन्नता आव्यूह ज्ञात कीजिए :



(b) Draw graph, which are :

ऐसे ग्राफों की रचना कीजिए जो :

(i) Neither Euler nor Hamiltonian.

न तो आयलर है न ही हैमिल्टोनियन।

(ii) Both Euler and Hamiltonian.

आयलर व हैमिल्टोनियन दोनों ही।

(iii) Euler but not Hamiltonian.

आयलर है किन्तु हैमिल्टोनियन नहीं।

(iv) Hamiltonian but not Euler.

हैमिल्टोनियन है किन्तु आयलर नहीं।

10. (a) If T is binary tree with n vertices and of height h then prove that :

$$h+1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1.$$

यदि द्विचर वृक्ष T में n शीर्ष तथा वृक्ष की ऊँचाई h है तब सिद्ध कीजिए :

$$h+1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1.$$

(b) Find the minimal spanning tree for the following graph :

निम्न ग्राफ का न्यूनतम जनउ वृक्ष ज्ञात कीजिए :

